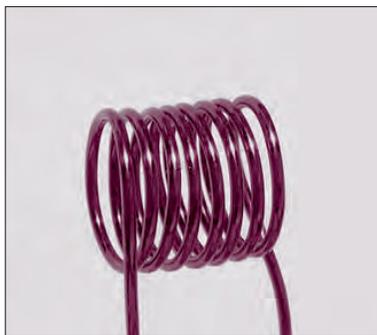


一般解説



ソレノイド・コイルから
ワンターン・コイルまで対応

長岡係数の近似計算式

内田 好昭
Yoshiaki Uchida

1 長岡係数

ソレノイドのインダクタンス L を計算するために、長岡係数を使った次の式がよく知られています。 r はソレノイドの半径、 N は巻き数、 ℓ は長さです。 μ は比透磁率です。「ソレノイドの直径÷長さ」を X としておきます。

$$L = \frac{K_N \mu \pi r^2 N^2}{\ell} = \frac{K_N \mu \pi r N^2 X}{2} \dots\dots\dots (1)$$

式中の長岡係数 K_N は次式で計算されます。 $K(k)$ 、 $E(k)$ は楕円積分です。

$$K_N = \frac{4X}{3\pi k} \left[\frac{1}{X^2} K(k) + \left(1 - \frac{1}{X^2}\right) E(k) - k \right] \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 k は $X = \frac{k}{\sqrt{1-k^2}}$

この計算は大変なので、計算サービスなどを利用することでしょう。一方、現場では1%程度の精度があれば十分な場合も多いでしょう。

そこで、簡潔でありながら広範囲で使えるような近似式を導出したのでご報告します。精度はLundinの近似式には劣りますが、多くの場合には十分と思われます。

2 シンプルで実用的な三つの近似式

三つの近似式を以下に示します。

$$K_N \approx (1 + 0.55X)^{-0.84} \dots\dots\dots (A)$$

$$K_N \approx (1 + 0.53X)^{-(7/8)} \dots\dots\dots (B)$$

$$K_N \approx \log_{10}(2.43X) \times 1.46587 \div X \dots\dots\dots (C)$$

式(A)は広範囲に使える近似式、式(B)は範囲を犠牲にしますが電卓で計算しやすく修正したものの、式(C)は形状比 X が大きな値のときに有効です。

図1に、これらの近似式による計算結果の誤差を示します。式(2)の楕円積分を使って計算した長岡係数を真値とします。

横軸は対数スケールで、 $X \approx 0 \sim 5000$ 程度までの広範囲を示しています。縦軸は%です。

■ 式(A): $K_N = (1 + 0.55X)^{-0.84}$

一例として、直径28 mm、長さ62 mm、20回巻きのコイル(図2)を考えます。 $X = 28/62 \approx 0.452$ なので式(A)の値は約0.830です。これを K_N として式(1)でインダクタンスを求めると透磁率 μ を $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ とし、半径 r は0.014 mなので $0.83 \times 4\pi \times 10^{-7} \times \pi \times 0.014 \times 20^2 \div 2$ と計算され、およそ4.15 μ Hになります。なお、 μ_0 は真空中の透磁率です。

図1にあるように、式(A)は $X < 2000$ 程度の範囲でほぼ3%の範囲に収まります。多くの場合、式(A)だけで実用的といえます。

さらに図1に描いた誤差のようすは滑らかであることから、次のような補正式を作れます。

▶ $X \leq 4$ の場合

$$1 - \frac{3X}{400} \dots\dots\dots (3)$$

▶ $4 < X < 200$ の場合

$$\frac{1 + \log_{10}\left(\frac{X}{24}\right)}{25} \dots\dots\dots (4)$$

この補正式を式(A)に乗じて、 K_N を下記のように修正すると、より真値に近くなります。

▶ $X \leq 4$ の場合

$$(1 + 0.55X)^{-0.84} \times \left(1 - \frac{3X}{400}\right) \dots\dots\dots (3a)$$

▶ $4 < X < 200$ の場合

$$(1 + 0.55X)^{-0.84} \times \frac{1 + \log_{10}\left(\frac{X}{24}\right)}{25} \dots\dots\dots (4a)$$

式(A)の計算結果と真値とを図3と図4に示します。図3には $X < 20$ まで、図4はより広範囲を描きました。式(3)と式(4)による補正後の誤差を破線で示しました。

誤差(%)は右目盛りです。 X が大ききところが見やすくなるよう、図4は縦軸(長岡係数の計算値)を対数スケールにしています。

式(3)と式(4)の補正を行った場合の誤差は $X < 180$ で0.6%に収まります。2%を越えるのは X が320位です。